COLÉGIO MILITAR DE SANTA MARIA

Nº DE INSCRIÇÃO

CONCURSO DE ADMISSÃO – 2011/2012
COLÉGIO MILITAR DE SANTA MARIA
PROVA DE MATEMÁTICA – 1º ANO / EM

INSTRUÇÕES AO CANDIDATO

01. Escreva somente com caneta de <u>TINTA PRETA OU AZUL</u>. Não é permitido o uso de corretivo.
02. Escreva o seu **NÚMERO DE INSCRIÇÃO** e o **NOME COMPLETO** em letra de forma, e assine na Ficha de Identificação localizada na parte inferior desta capa.
03. Escreva o seu **NÚMERO DE INSCRIÇÃO** em todas as páginas da prova, no campo para isso destinado.
04. A prova contém 12 páginas, incluída a capa. Verifique se há falta de folhas ou falha de impressão. Caso positivo, solicite a troca da mesma ao fiscal da prova.
05. **Após resolver os itens da prova, não se esqueça de preencher o Cartão de Respostas**. Somente serão válidos os itens respondidos nos seus respectivos espaços no Cartão de Respostas. Respostas rasuradas ou marcadas duplamente, no Cartão de Respostas, serão consideradas erradas.
06. O tempo para o preenchimento do cartão faz parte do tempo destinado à realização da prova.
07. Trabalhe com calma. O tempo de realização da prova é suficiente.
08. Não faça perguntas aos colegas. Os fiscais prestarão esclarecimento durante os primeiros **15** minutos da prova.
09. Concluída sua prova antes do tempo estabelecido, reveja as suas respostas.
10. Quando o fiscal avisar que o tempo de prova terminou, pare de escrever.
11. Se terminar a prova antes do horário estabelecido, levante o braço para ser atendido pelo fiscal.

TEMPO DE REALIZAÇÃO DA PROVA: 02h00min.

INÍCIO: 09h00min TÉRMINO: 11h00min

FICHA DE IDENTIFICAÇÃO

PROVA DE MATEMÁTICA – 1º ANO / EM

NÚMERO DE INSCRIÇÃO DO CANDIDATO:________________

NOME DO CANDIDATO:________________________________

(EM LETRA DE FORMA)

ASSINATURA DO CANDIDATO:__________________________

CONCURSO DE ADMISSÃO 2011/2012 MATEMÁTICA – 1° ANO ENSINO MÉDIO	CONFERE:	APROVADO:	N° DE INSCRIÇÃO:
PÁGINA 1 / 11	Ch CEOCP	Dir Ens	

QUESTÃO ÚNICA

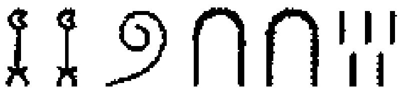
ESCOLHA A ÚNICA RESPOSTA CERTA, ASSINALANDO-A COM "X" NOS PARÊNTESES À ESQUERDA.

01. A escrita numérica mais antiga que conhecemos foi criada pelos egípcios por volta do ano 3500 a.C.

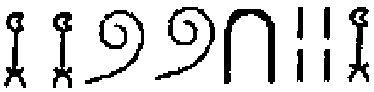
Alguns dos símbolos usados por eles estão representados na tabela abaixo:

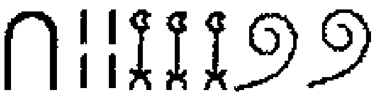
1		Traço vertical
10		Osso de calcanhar invertido
100		Laço
1.000		Flor de lótus

Outros números eram escritos como combinação desses símbolos, por exemplo, o número **2.125** era representado por:



Assim, de acordo com a tabela acima, qual era a representação do número <u>3.214</u>?

(a) 

(b) 

(c) 

(d) 

(e) 

02. O *Papiro de Rhind* é um documento egípcio de 2000 a.C. onde estão detalhadas as soluções de 85 problemas de diversos ramos da Matemática. No problema 50, a área de um campo circular com diâmetro de 9 unidades é a mesma de um quadrado com lado de 8 unidades. Qual dos valores abaixo está mais próximo do valor de π usado nesse problema?

(a) 3

(b) 3,14

(c) 3,15

(d) 3,16

(e) 3,17

03. Um *quadrado mágico* é um arranjo quadrado de números naturais onde a soma dos números em cada linha, coluna ou diagonal é a mesma como mostra o exemplo abaixo:

6	7	2
1	5	9
8	3	4

Pouco se conhece sobre a história primitiva dos quadrados mágicos, porém existem estudiosos do assunto que afirmam que eles surgiram há cerca de 3000 anos na China. Hoje sabemos que a soma de todos os números de um quadrado mágico n x n é dado pela fórmula $S_n = \frac{n^2(n^2+1)}{2}$. Qual é a soma em cada linha de um quadrado mágico 7 x 7?

(a) 7

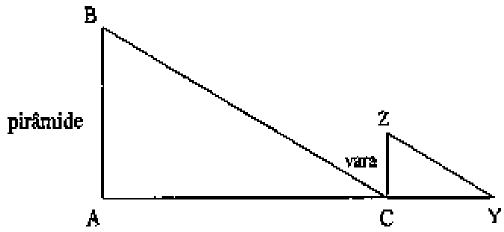
(b) 49

(c) 315

(d) 1225

(e) 175

04. Em viagem pelo Egito Tales de Mileto (624-556 a.C.) ficou impressionado com a imponente pirâmide de Quéops. Quaisquer que tenham sido os objetivos do Faraó na construção da pirâmide, uma coisa era certa: a altura da pirâmide era impossível de ser medida. Tales pensou: "*Como minha mão não pode efetuar a medição, meu pensamento vai fazê-la.*" Em um determinado instante, Tales fincou uma vara vertical no extremo da sombra projetada pela pirâmide formando dois triângulos semelhantes como mostra a figura abaixo:



Se a vara media 1,5m, sua sombra 3m e $\overline{AC} = 292$m, qual é a altura da pirâmide?

(a) 14m

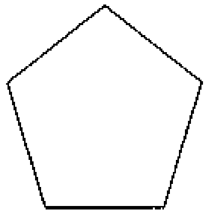
(b) 14,6m

(c) 146m

(d) 246m

(e) 292m

05. Um dos mais famosos matemáticos da antiguidade foi Pitágoras (576-496 a.C.). Ele fundou a Escola Pitagórica que era politicamente conservadora e tinha como lema "*tudo é número*". O pentágono regular, (figura abaixo), era, ao que se diz, o símbolo especial da Escola Pitagórica porque possui várias propriedades matemáticas.



Qual a razão entre a diagonal e o lado desse pentágono regular?

(a) $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$

(b) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

(c) $\frac{\sqrt{5}}{4}$

(d) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

(e) 2

06. Pitágoras é também conhecido como o pai da música. Ele observou, tocando uma corda, que ela não vibra apenas no seu modo mais simples ou fundamental (figura 1). Ela oscila também de outros modos chamados *harmônicos* que tem frequência igual ao dobro da fundamental (figura 2), ao triplo da fundamental (figura 3) e assim sucessivamente, ou seja, comprimento e frequência são inversamente proporcionais.

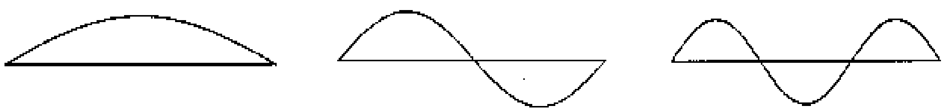


Figura 1 Figura 2 Figura 3

A corda **Lá** de um violão tem 62cm e frequência de 440 ciclos por segundo. Qual o tamanho dessa mesma corda vai produzir a nota **Si** que têm frequência aproximada de 496 ciclos por segundo?

(a) 52cm

(b) 55cm

(c) 60cm

(d) 62cm

(e) 65cm

07. A primeira crise da Matemática aconteceu no século VI a.C. ainda com Pitágoras e seus discípulos. Eles acreditavam que todos os números podiam ser escritos na forma de uma razão de inteiros. No entanto a comunidade Matemática grega fora assombrada com a descoberta de números que não eram razão de inteiros. Um desses números é o $\sqrt{2}$.

O argumento usado para mostrar esse fato foi: suponha que $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$ com p e q inteiros, positivos e primos entre si. Elevando ao quadrado obtemos $p^2 = 2q^2$. Isso mostra que p é ______________, donde vem que q é ______________, o que é um absurdo, pois $\frac{p}{q}$ é uma fração ______________.

Marque a alternativa que completa corretamente os espaços em branco:

(a) par, par, irredutível.

(b) par, ímpar, própria.

(c) ímpar, par, imprópria.

(d) ímpar, ímpar, irredutível.

(e) ímpar, ímpar, própria.

08. Com a descoberta dos números irracionais foi necessário verificar as propriedades dos números incluindo agora essa nova classe. Das alternativas abaixo marque a única que é **VERDADEIRA**:

(a) a soma de dois números irracionais é um número irracional.

(b) $\sqrt{x^2} = x$, para todo $x \in \Re$.

(c) se x e y são números reais tais que $(x - y)x = 2(x - y)$ então $x = 2$.

(d) o produto de dois números irracionais pode ser um número racional.

(e) $\frac{1}{x}$ é o inverso do número real x, qualquer que seja $x \in \Re$.

09. No século V a.C. alguns conceitos matemáticos não tinham uma base sólida e então surgiram algumas situações que contradiziam a intuição comum (*paradoxos*). Um dos paradoxos mais famosos foi a corrida entre Aquiles e a tartaruga, proposto por Zenão de Eléa, um filósofo que viveu nesta época: suponhamos que no início da corrida, Aquiles deu uma vantagem de 100m à tartaruga e, que as respectivas velocidades são 10m/s e 1m/s. Então, em 10 segundos Aquiles atinge o ponto de onde a tartaruga partiu, mas durante esse tempo a tartaruga afastou-se 10 metros. Para atingir esse segundo ponto, Aquiles demora 1 segundo, mas, nesse segundo a tartaruga afasta-se mais 1 metro e, assim sucessivamente. Nessa linha de raciocínio Aquiles nunca alcançaria a tartaruga, um *paradoxo*.

Qual a distância entre Aquiles e a tartaruga depois de 11,1 segundos do início da corrida?

(a) 1cm

(b) 10cm

(c) 1m

(d) 10m

(e) 11,1m

10. O **método da exaustão** criado por Eudoxo (408-355 a.C.) foi usado para calcular a área de um círculo. Neste caso ele consistia em inscrever dentro de um círculo polígonos regulares com número de lados cada vez maior, e assim obter aproximações cada vez melhores para a área dessa figura. Se tivermos um dodecágono regular inscrito em um círculo de raio 10cm, qual a diferença entre a área do círculo e a área do polígono? (adote $\pi = 3,14$)

(a) $6cm^2$

(b) $8cm^2$

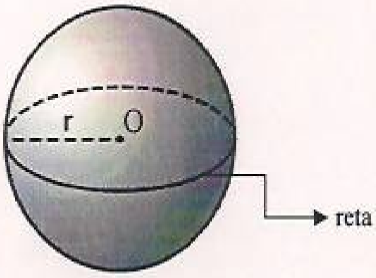
(c) $10cm^2$

(d) $12cm^2$

(e) $14cm^2$

CONCURSO DE ADMISSÃO 2011/2012 MATEMÁTICA – 1° ANO ENSINO MÉDIO	CONFERE:	APROVADO:	N° DE INSCRIÇÃO:
PÁGINA 7 / 11	Ch CEOCP	Dir Ens	

11. Euclides de Alexandria que viveu durante os anos de 330 e 270 a.C. é o autor do texto matemático mais bem sucedido de todos os tempos, *Os Elementos*. Um dos postulados contido nessa obra afirma que: "*Por um ponto fora de uma reta existe uma única paralela a reta dada*". Riemann, um matemático alemão do século XIX, transformou o plano euclidiano em uma superfície esférica de centro **O**, onde as retas são circunferências máximas, ou seja, circunferências com centro também em **O**, como mostra a figura abaixo.



Como ficaria este postulado na geometria de Riemann:

(a) Por um ponto fora de uma reta não existe qualquer reta paralela a reta dada.

(b) Por um ponto fora de uma reta existe uma reta paralela a reta dada.

(c) Por um ponto fora de uma reta existe infinitas retas paralelas a reta dada.

(d) Há infinitos pontos pertencentes a uma reta e finitos não pertencentes.

(e) Dois pontos determinam um triângulo.

12. Leonardo de Pisa (1180-1250), mais conhecido como Fibonacci, escreveu o *Liber Abaci*. Muito dessa obra é desinteressante, mas o seguinte problema inspira os matemáticos até hoje: "*Num pátio fechado coloca-se um casal jovem de coelhos. Supondo que em cada mês, a partir do segundo mês de vida, cada casal dá origem a um novo casal de coelhos, ao fim de um ano, quantos casais de coelhos estarão no pátio?*". Se considerarmos apenas um semestre, qual a resposta a esse problema?

(a) 18

(b) 14

(c) 12

(d) 10

(e) 8

13. Pierre de Fermat (1601-1665) nunca teve a Matemática como sua principal atividade, por isso é considerado o *Príncipe dos Amadores*. Contudo, afirmou que para $n > 2$ não há valores inteiros positivos x, y, z e n tais que $x^n + y^n = z^n$. Ele escreveu que tinha uma prova maravilhosa desse teorema, mas não a publicou, despertando assim a curiosidade de toda comunidade Matemática da época. Apenas em 1994 o matemático britânico Andrew Wiles o demonstrou. Com base nesse teorema, qual afirmação abaixo é **VERDADEIRA**?

(a) $x^2 + y^2 = z^2$, para todos x, y, z inteiros.

(b) a equação $(x+y)^3 - 3xy(x+y) - z^3 = 0$ não possui solução em $U = Z_+^*$.

(c) a equação $\dfrac{x^4 - y^4}{x - y} = z^2(x+y)$ não possui solução em $U = Z_+^*$.

(d) se x, y são inteiros tais que $x^2 + y^2 = z^2$ então z é inteiro.

(e) $x^4 + y^4 = z^4$ não possui solução $U = \Re_+^*$.

14. Isaac Newton nasceu prematuramente, no dia de Natal de 1642. Ele é considerado, por muitos, o pai do *Cálculo diferencial*, o mais belo monumento da Matemática. O problema que motivou o nascimento dessa nova ciência foi: conhecida a fórmula que descreve a distância percorrida por um corpo, em um intervalo de tempo qualquer, determinar a velocidade em cada instante. Se após t segundos a distância percorrida, em metros, por um corpo é $f(t) = 2t^2 + 3t$, qual é a velocidade média desse corpo entre os instantes $t = 1s$ e $t = 3s$?

(a) 11m/s

(b) 14m/s

(c) 14,5m/s

(d) 15m/s

(e) 16m/s

15. Um dos números mais famosos da Matemática é o número de Euler (1707-1783), cujo valor é $e = 2{,}718281828...$ Ele aparece de maneira natural em alguns problemas, como no seguinte: suponha que você tenha aplicado uma quantia Q a uma taxa de 100% ao ano. Ao final de um ano você teria Q + Q = 2Q. Se, em vez de receber os rendimentos no fim do ano, você os tivesse recebido a cada três meses e aplicado, nas mesmas condições, integralmente a quantia, ao final de um ano você teria 2,4414Q. Dividindo o período de um ano infinitamente você teria no final do ano $e \times Q$ (e vezes Q). Desta maneira, se você tivesse recebido os rendimentos a cada semestre, quanto teria ao final de um ano?

(a) 2,15Q

(b) 2,25Q

(c) 2,35Q

(d) 2,45Q

(e) 2,55Q

16. Existem afirmações em Matemática que ainda não foram demonstrados, neste caso são chamadas de *conjecturas*. Uma das conjecturas mais famosas se deve ao matemático prussiano Christian Goldbach que em 1742 escreveu: "*todo inteiro par maior que 2 pode ser escrito como a soma de 2 números primos*". Por exemplo, 16 = 13 + 3. Usando essa conjectura, de quantas maneiras diferentes o número 50 pode ser escrito?

(a) 2

(b) 3

(c) 4

(d) 5

(e) 6

17. A soma dos n primeiros números naturais é dado pela $S_n = \frac{(n+1)n}{2}$. Por exemplo,

$$S_{10} = 1 + 2 + ... + 10 = \frac{(10+1)10}{2} = 55.$$

Ela foi usada pela primeira vez por Carl Friedrich Gauss (1777-1855), um dos maiores matemáticos de todos os tempos, quando tinha apenas 10 anos de idade.

Use essa fórmula para resolver o seguinte problema: listamos os inteiros de 1 a n. Desta lista apagamos o inteiro m. A média dos $n - 1$ números restantes é $\frac{134}{11}$. Qual o valor de n e m?

(a) $n = 23$ e $m = 8$

(b) $n = 22$ e $m = 10$

(c) $n = 24$ e $m = 12$

(d) $n = 22$ e $m = 13$

(e) $n = 25$ e $m = 10$

18. Com apenas 19 anos de idade *Gauss* publicou sua tese de doutorado. Nela encontra-se uma demonstração do *Teorema Fundamental da Álgebra*. Esse teorema garante que toda função polinomial de grau n pode ser decomposta em n fatores do primeiro grau. Use esse resultado para resolver a inequação:

$$\frac{2x^2 - 6x + 4}{x - 2} \geq 0$$

(a) $\{x \in \Re / x \geq 1\}$

(b) $\{x \in \Re / x \leq 2\}$

(c) $\{x \in \Re / x \leq 2 \text{ e } x \neq 1\}$

(d) $\{x \in \Re / x \geq 1 \text{ e } x \neq 2\}$

(e) $\{x \in \Re / x \leq 1 \text{ ou } x \geq 2\}$

19. Os fundamentos da Aritmética foram estabelecidos pelo matemático italiano Giuseppe Peano (1858-1932). Ele escolheu três conceitos primitivos: zero, número e a relação "é sucessor de", satisfazendo as condições:

1. Zero é um número.
2. Se a é um número, o sucessor de a também é um número.
3. Zero não é sucessor de um número.
4. Dois números cujos sucessores são iguais são eles próprios iguais.
5. Se um conjunto S de números contém o zero e também o sucessor de todo número de S, então todo número está em S.

Qual das condições acima justifica o seguinte fato: o conjunto $A = \{0, 1, 3, 5\}$ não é o conjunto de sucessores de nenhum outro conjunto?

(a) 1

(b) 2

(c) 3

(d) 4

(e) 5

20. Atualmente, o Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) organiza a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) cujo objetivo principal é estimular o estudo da Matemática e revelar talentos na área. No ano de 2010 foram premiados 30 alunos do CMSM conforme tabela abaixo:

Premiação	Nº de alunos
Medalha de ouro	01
Medalha de prata	05
Medalha de bronze	04
Menção honrosa	20

Se, além desses, tivéssemos mais $\underline{x}$ alunos premiados com medalha de prata os medalhistas de prata representariam 37,5% do total. Qual é o valor de $\underline{x}$?

(a) 6

(b) 7

(c) 8

(d) 9

(e) 10

FIM DE PROVA